SEMESTRAL

UNI



ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO



ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

SEMESTRAL

UNI





Álgebra

Tema: Inecuaciones Polinomiales I

Docente: Phflucker H. Coz

1. Sea $m \in \mathbb{R}$ tal que la inecuación

$$3x - 17 \geq \frac{2x - 7m}{m}$$

tiene $CS = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x \leq -2\}$. Determine el valor de m.

A) 1/2 B) 2/3 C) 1/4

D) 3 E) 4

Resolución

Según las alternativas m es un número positivo y tomando dicha observación efectuamos

En todo caso se desarrollará dos situaciones

Cuando m sea positivo ($m > 0$)

$$3mx - 17m \geq 2x - 7m$$

$$\Longrightarrow \ (3m - 2)x \geq 10m$$

Para que de esta inecuación se genere el conjunto solución, se debe de cumplir que

$$3m - 2 < 0 \quad \wedge \quad x \leq \frac{10m}{3m - 2}$$

Comparando con el dato

$$\frac{10m}{3m - 2} = -2 \quad \text{de donde} \quad m = \frac{1}{4}$$

Cuando m sea negativo ($m < 0$)

$$3mx - 17m \leq 2x - 7m \quad \Longrightarrow \quad (3m - 2)x \leq 10m$$

Para que de esta inecuación se genere el conjunto solución, se debe de cumplir que

$3m - 2 > 0$ Contradice a la suposición de $m < 0$



2. Determine el conjunto solución de la inecuación

$$\frac{ax+\sqrt{5}b}{b}-\frac{bx+\sqrt{5}a}{a}\geq\frac{1}{b}-\frac{1}{a}$$

Donde $0<b<1$, $-a>1$.

$a<-1$

$ab<0$

$a+b<0$

$a-b<0$

A) $\left[\frac{1}{a+b};+\infty\right\rangle$ B) $\left\langle-\infty;\frac{1}{a+b}\right]$ C) $\left[-\frac{1}{a+b};+\infty\right\rangle$

D) $\left[\frac{1}{a-b};+\infty\right\rangle$ E) $\left\langle-\infty;-\frac{1}{a+b}\right]$

Resolución

Descomponiendo las fracciones del lado izquierdo

$$\frac{ax+\sqrt{5}b}{b}=\frac{ax}{b}+\frac{\sqrt{5}b}{b}$$

Tendremos lo siguiente

$$\frac{ax}{b}+\sqrt{5}-\left(\frac{bx}{a}+\sqrt{5}\right)\geq\frac{1}{b}-\frac{1}{a}$$

$$\left(\frac{a^2-b^2}{b.a}\right)x\geq\frac{a-b}{b.a}$$

Multiplicando por $a.b$ $\quad(a.b<0)$

$$\Rightarrow\ (a^2-b^2)x\leq(a-b)$$

$$(a+b)(a-b)x\leq(a-b)$$

Dividiendo entre $a-b$ $\quad(a-b<0)$

$$(a+b)x\geq1$$

Dividiendo entre $a+b$ $\quad(a+b<0)$

$$\Rightarrow\ x\leq\frac{1}{a+b}$$



3. El administrador de una fábrica debe decidir si deberán producir sus propios empaques, que la empresa ha estado adquiriendo de proveedores externos a S/. $a,\overline{a0}$ cada uno. La fabricación de los empaques incrementaría los costos generales de la empresa en S/. $\overline{(8a)00}$ al mes y el costo de material y de mano de obra será de $\overline{(6a)0}$ céntimos por cada empaque. ¿Halle la variación de la cantidad de empaques que deberá usar la empresa al mes para justificar la decisión de fabricar sus propios empaques?

A) $[1600; +\infty\rangle$ B) $\langle 0; 1600]$ C) $[1; 1600]$

D) $\langle 1601; +\infty\rangle$ E) $[1601; +\infty\rangle$

Resolución

Como $8a$ y $6a$ son cifras, concluimos que

$a = 1$

Empaque de proveedor externo	1,1 sol
Empaque de la misma empresa	0,6 sol
Ahorro por cada paquete	0,5 sol

Sean x los paquetes a fabricar

$(0,5)x > 800$

$\frac{1}{2}x > 800$

$x > 1600$

$x \in \mathbb{Z}^+ : 1601; 1602; \ldots$

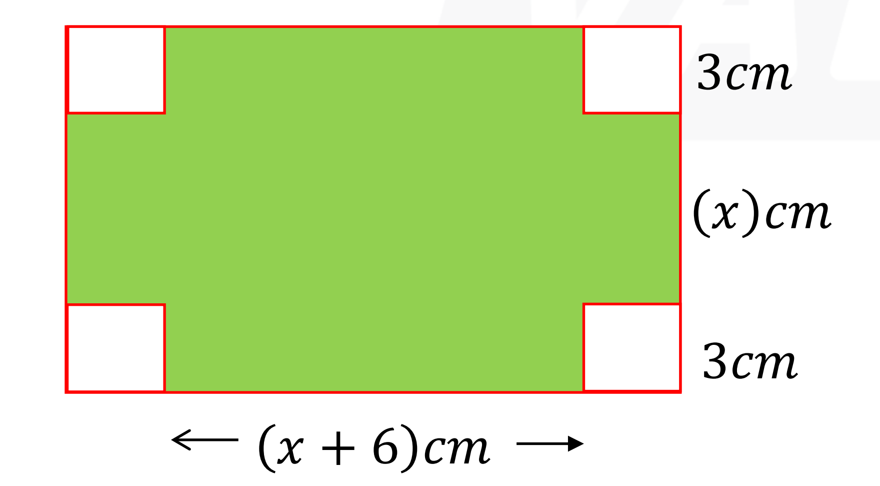


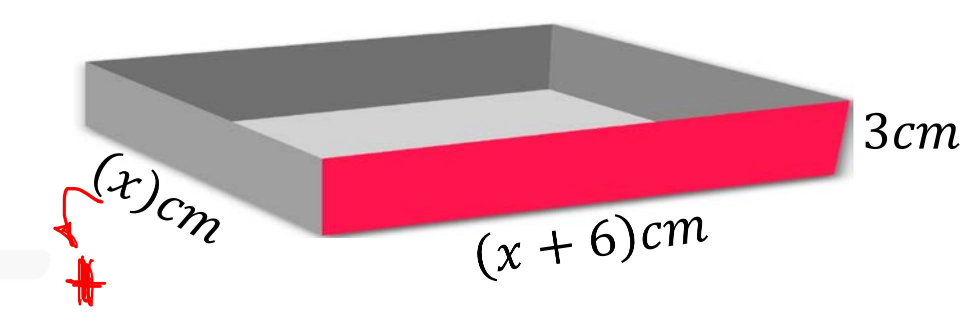
4. Se corta en cada esquina de una placa rectangular un cuadrado de $3\ cm$, y la placa sobrante se dobla hacia arriba para formar una caja abierta. Se requiere que la caja mida $6\ cm$ más de largo que de ancho y que su volumen esté entre 48 y $165\ cm^3$. Determine el intervalo que debe satisfacer el ancho de la caja formada.

A) $\langle 2;3\rangle$ B) $\langle 3;5\rangle$ C) $\langle 1;3\rangle$

D) $\langle 2;5\rangle$ E) $\langle 1;6\rangle$







Condición del problema

$$48 < 3.x(x+6) < 165 \Rightarrow 16 < x^2+6x < 55$$

$$\Rightarrow 16 < x^2+6x \quad \wedge \quad x^2+6x < 55$$

$$0 < x^2+6x-16 \quad \wedge \quad x^2+6x-55 < 0$$

$$\begin{matrix} x & 8 \\ x & -2 \end{matrix} \qquad\qquad \begin{matrix} x & 11 \\ x & -5 \end{matrix}$$

$$(x+8)(x-2) > 0 \quad \wedge \quad (x+11)(x-5) < 0$$

$$x-2 > 0 \quad \wedge \quad x-5 < 0$$

$$\Rightarrow \qquad 2 < x < 5$$



5. Si S es el conjunto solución de la siguiente inecuación $x^2 - 2x - 143 > 0$.

Indique el valor de verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones.

I. $S \subset \langle -\infty; -11] \cup [13; +\infty\rangle$ V

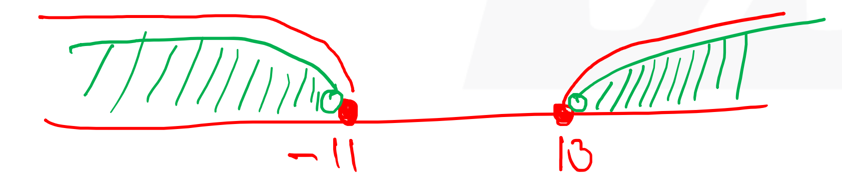
II. $S \subset \langle -\infty; -11\rangle \cup \langle 13; +\infty\rangle$ V

III. $S \subset \langle -\infty; -13\rangle \cup \langle 11; +\infty\rangle$ F

incluido

A) FFV
B) FVV
C) VVF
D) VFV
E) FFF

Resolución



Obs A ⊂ A

$$x^2 - 2x - 143 > 0$$

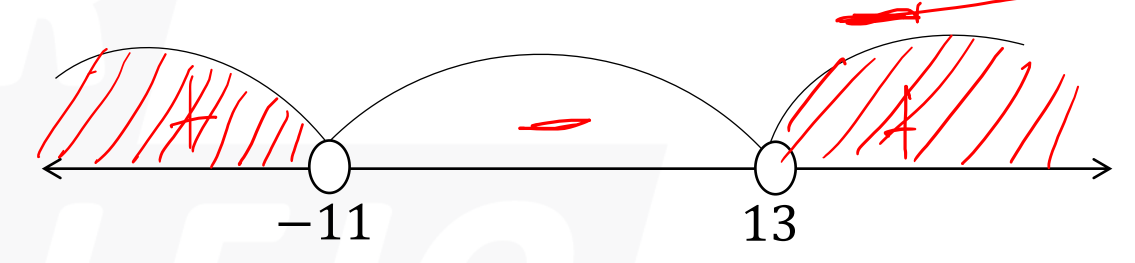
$x \quad 11$

$x \quad -13$

$$(x+11)(x-13) > 0$$

abierto

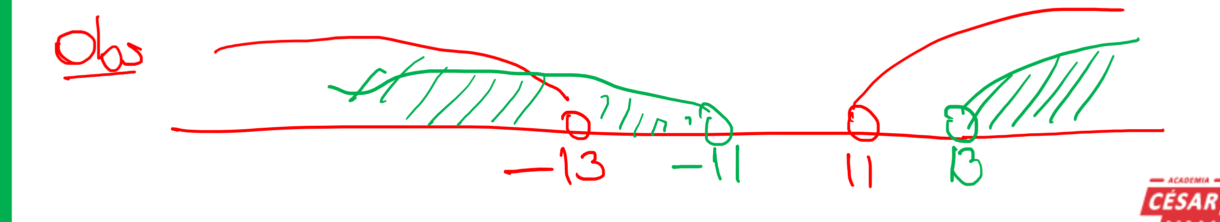
Las raíces de la cuadrática son -11 y 13



De donde se tiene el siguiente conjunto solución

$$C.S. = S = \langle -\infty; -11\rangle \cup \langle 13; +\infty\rangle$$

Obs



6. Al resolver la inecuación $x^2 + mx + n > 0$, se obtiene $CS = \langle -\infty; \Delta + 2\rangle \cup \langle \Delta + 4; +\infty\rangle$, donde Δ es el discriminante del polinomio $x^2 + mx + n$, halle el complemento de CS.

A) $[2; 6]$ B) $\langle 6; 8\rangle$ C) $[6; 10]$

D) $\langle 2; 6\rangle$ E) $[6; 8]$

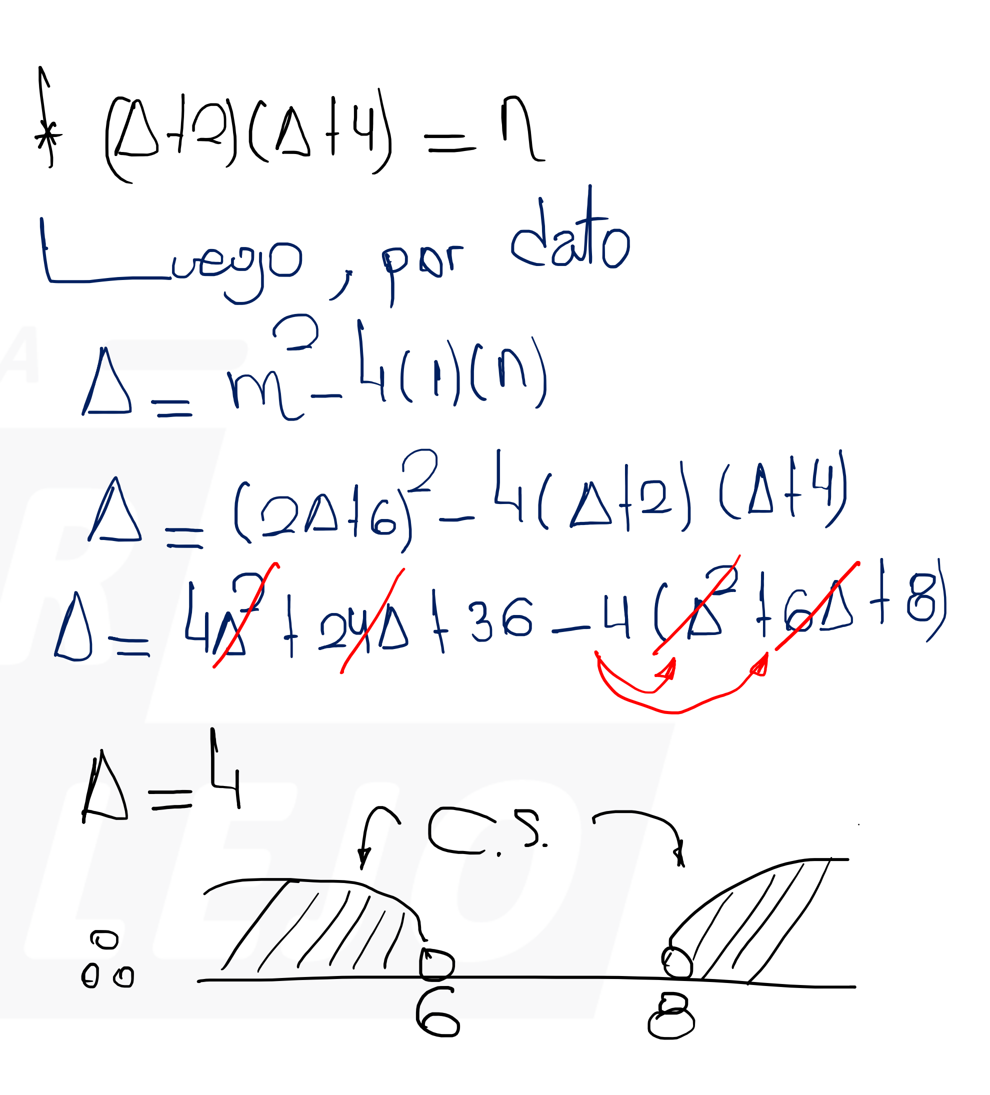
Resolución

$\Delta + 2$; $\Delta + 4$ son raíces de "$x^2 + mx + n$"

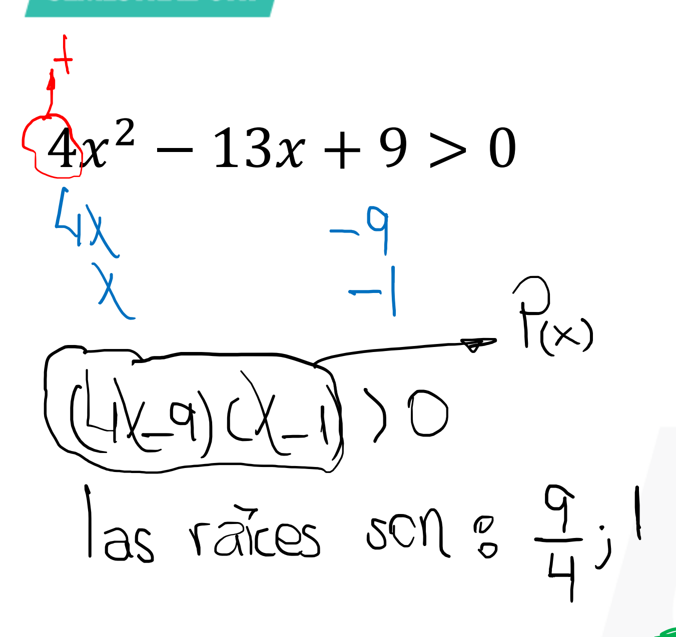
Por Cardano

$* (\Delta + 2) + (\Delta + 4) = -m$

$\Rightarrow m = -(2\Delta + 6)$







$4x^2 - 13x + 9 > 0$

$4x \quad -9$

$x \quad -1$

$(4x-9)(x-1) > 0$ → $P_{(x)}$

las raíces son : $\frac{9}{4}$; 1

$P_{(x)}$ es + | 1 | $P_{(x)}$ es − | $\frac{9}{4}$ | $P_{(x)}$ es +

$C.S. = \langle -\infty ; 1 \rangle \cup \langle \frac{9}{4} ; +\infty \rangle$

$-x^2 + 6x - 8 > 0$

$-x \quad 2$

$x \quad -4$

$(-x+2)(x-4) > 0$ → $f_{(x)}$

las raíces son : 2 ; 4

$f_{(x)}$ es (−) | 2 | $f_{(x)}$ es (+) | 4 | $f_{(x)}$ es (−)

$C.S. = \langle 2 ; 4 \rangle$



7. Sea S el conjunto solución de la inecuación
$(1-a)x^2+2ax-a-1\geq 0$

I. Si $a=1$, entonces $S\subset\mathbb{R}-\langle-\infty\,;1\rangle$.

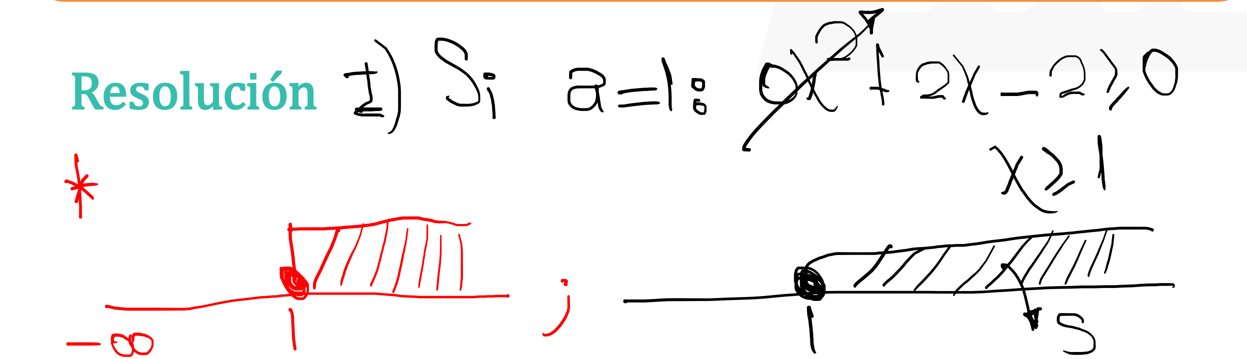
II. Si $a<1$, entonces $S=\langle-\infty\,;1]\cup\left[\frac{a+1}{a-1}\,;+\infty\right\rangle$.

III. Si $a>1$, entonces $S\subset\left[1\,;\frac{a+1}{a-1}\right]$.

Indique cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas.

A) Solo I
B) I y II
C) Solo II
D) Solo III
E) II y III

Resolución





8. Al resolver la inecuación cuadrática

$(1)x^2+(b-5)x+b+4^{-1}\leq 0$ se obtiene $CS=\{k\}$.

Determine Máx(b^2).

A) 36 B) 25 C) 100

D) 64 E) 144

Resolución

Obs $ax^2+bx+c\leq 0$

$C.S.=\{\theta\}\Leftrightarrow \Delta=0$

$\Delta=(b-5)^2-4(1)(b+\frac{1}{4})=0$

$b^2-10b+25-4b-1=0$

$b^2-14b+24=0$

b −12

b −2

$b=12 \vee b=2$

$b^2=144 \vee b^2=4$

mayor



9. Si el conjunto solución de la inecuación cuadrática

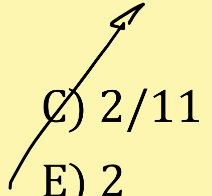
$(1-a)x^2+2(2a+1)x-4a+3>0$

es $\mathbb{R}-\{k\}$.

Determine el valor de $\frac{k+1}{k-2}$.

A) 5/3 B) 2/3 C) 2/11

D) −5/3 E) 2



Resolución

Obs $9x^2-6x+1>0$

$(3x-1)^2>0 \Rightarrow C.S.=\mathbb{R}-\{\frac{1}{3}\}$

raíz

$\frac{1}{3}=\frac{\Sigma \text{raíces}}{2}$

$1-a>0 \wedge \Delta=0$

$a<1 \wedge 4(2a+1)^2-4(1-a)(3-4a)=0$

$4a^2+4a+1-(a-1)(4a-3)=0$

$4a^2+4a+1-(4a^2-7a+3)=0$

$11a-2=0 \Rightarrow a=\frac{2}{11}$

s'q': $K=\frac{\Sigma \text{raíces}}{2}$

$K=\frac{-2(2a+1)}{(1-a)\cdot 2} \Rightarrow K=-\frac{5}{3}$

Rta $\frac{K+1}{K-2}=\frac{2}{11}$



Determine la variación de n para que la inecuación cuadrática

$$x^2 - 4x + n > \frac{1}{4}$$

Se cumpla para cualquier valor real asignado a x

Obs $ax^2 + bx + c > 0 ; \forall x \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow a > 0 \wedge \Delta < 0$

Resol

1. $x^2 - 4x + \left(n - \frac{1}{4}\right) > 0 ; \forall x \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow 1 > 0 \wedge \Delta < 0$

$16 - 4\left(n - \frac{1}{4}\right) < 0$

$4 - \left(n - \frac{1}{4}\right) < 0$

$4 - n + \frac{1}{4} < 0$

$\frac{17}{4} < n$

Obs Sea $n = 5 : x^2 - 4x + 5 > \frac{1}{4}$



ACADEMIA

CÉSAR VALLEJO

GRACIAS







academiacesarvallejo.edu.pe